

## प्रश्नावली-7 (निर्देशांक ज्यामिति)

**उदाहरण-1** क्या बिन्दु  $(3,2)$ ,  $(-2,-3)$  और  $(2,3)$  एक त्रिभुज बनाते हैं? यहाँ हाँ तो बताइए कि किस प्रकार का त्रिभुज बनाता है।

हल:-

$$A(3,2), B(-2,-3)$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (-3-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+25}$$

$$AB = \sqrt{26}$$

$$AB \approx 5.1$$

$$B(-2,-3), C(2,3)$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{[2-(-2)]^2 + [3-(-3)]^2}$$

$$BC = \sqrt{(2+2)^2 + (3+3)^2}$$

$$BC = \sqrt{4^2 + 6^2}$$

$$BC = \sqrt{16+36}$$

$$BC = \sqrt{52}$$

$$BC \approx 7.21$$

$$A(3,2), C(2,3)$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(2-3)^2 + (3-2)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2}$$

$$AC = \sqrt{1+1}$$

$$AC = \sqrt{2}$$

$$AC \approx 1.41$$

$$AB + BC > AC$$

$$AB + AC > BC$$

$$BC + AC > AB$$

अतः ABC एक त्रिभुज है

$$(BC)^2 = (\sqrt{52})^2 = 52$$

$$\begin{aligned} (AB)^2 + (AC)^2 &= (\sqrt{26})^2 + (\sqrt{2})^2 \\ &= 26 + 2 = 28 \end{aligned}$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

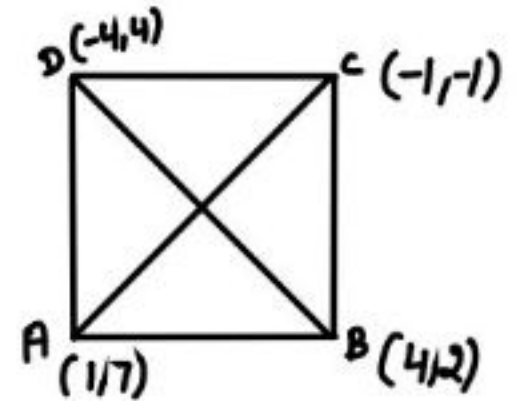
अतः पाइथागोरस प्रमेय के विलोम से,  
दिया गया त्रिभुज समकोण त्रिभुज है।

**उदाहरण - 2** दर्शाइए कि बिन्दु  $(1, 7)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(-1, -1)$  और  $(-4, 4)$  एक वर्ग के शीर्ष हैं।

हल:-

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{भुजा, } AB &= \sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2} \\ AB &= \sqrt{3^2 + (-5)^2} \\ AB &= \sqrt{9 + 25} \\ AB &= \sqrt{34} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{भुजा, } BC &= \sqrt{(-1-4)^2 + (-1-2)^2} \\ BC &= \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} \\ BC &= \sqrt{25 + 9} \\ BC &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{भुजा, } CD &= \sqrt{[(-1)-(-4)]^2 + [(-1)-4]^2} \\ CD &= \sqrt{(-1+4)^2 + (-5)^2} \\ CD &= \sqrt{(3)^2 + (5)^2} \\ CD &= \sqrt{9 + 25} \\ CD &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{भुजा, } AD &= \sqrt{(-4-1)^2 + (4-7)^2} \\ AD &= \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} \\ AD &= \sqrt{25 + 9} \\ AD &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{विकर्ण, } AC &= \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-7)^2} \\ AC &= \sqrt{(-2)^2 + (-8)^2} \\ AC &= \sqrt{4 + 64} \\ AC &= \sqrt{68} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

विकर्ण,  $BD = \sqrt{(-4-4)^2 + (4-2)^2}$   
 $BD = \sqrt{(-8)^2 + (2)^2}$   
 $BD = \sqrt{64 + 4}$   
 $BD = \sqrt{68}$

$$\therefore AB = BC = CD = DA$$

$$\text{एवं } AC = BD$$

अतः ABCD एक वर्ग है।

**उदाहरण - 3** आकृति किसी कक्षा में रखे डेस्क की व्यवस्था दर्शाती है। आशिमा, भारती और कैमिला क्रमशः A(3,1), B(6,4) और C(8,6) पर बैठी हैं। क्या आप सोचते हैं कि वे एक सीध में बैठी हैं? सकारण उत्तर दीजिए।

हल:-

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (4-1)^2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$AB = \sqrt{9+9}$$

$$AB = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$$

$$AB = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(8-6)^2 + (6-4)^2}$$

$$BC = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$BC = \sqrt{4+4}$$

$$BC = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2}$$

$$BC = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(8-3)^2 + (6-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{5^2 + 5^2}$$

$$AC = \sqrt{25 + 25}$$

$$AC = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$$

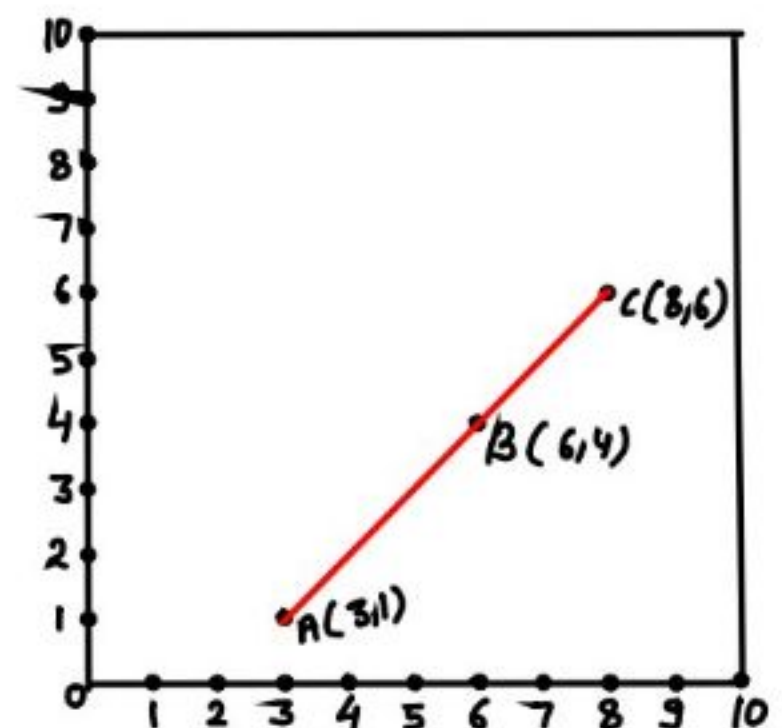
$$AC = 5\sqrt{2}$$

$$AB + BC = AC$$

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

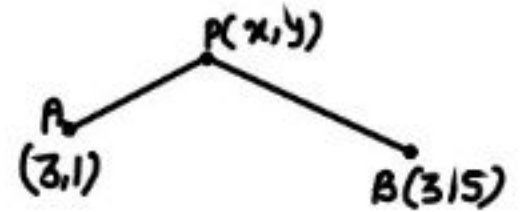
अतः ABC तीनों एक ही सीध में हैं



**उदाहरण-4**  $x$  और  $y$  में एक सम्बन्ध ज्ञात कीजिए, ताकि बिन्दु  $(x, y)$  बिन्दुओं  $(7, 1)$  और  $(3, 5)$  से सम दूरस्थ हो।

हल :-

दिया है कि,  $PA = PB$



$$\Rightarrow \sqrt{(x-7)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$$

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow (x-7)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y-5)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 7^2 - 2(x)(7) + y^2 + 1^2 - 2(y)(1) = x^2 + 3^2 - 2(x)(3) + y^2 + 5^2 - 2(y)(5)$$

$$\Rightarrow x^2 + 49 - 14x + y^2 + 1 - 2y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 25 - 10y$$

$$\Rightarrow 50 - 14x - 2y - 34 + 6x + 10y = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + 8y = 0$$

$$\Rightarrow 8(2 - x + y) = 0$$

$$\Rightarrow 2 - x + y = \frac{0}{8} = 0$$

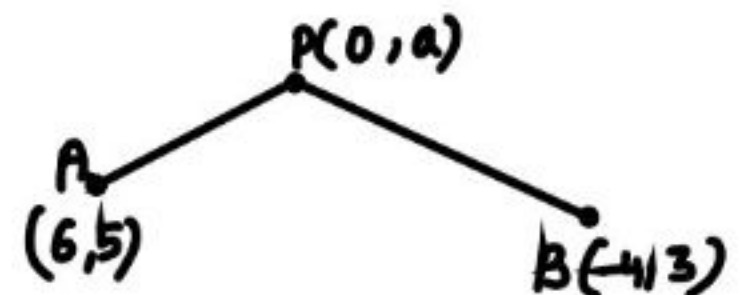
$$\Rightarrow 2 - x + y = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x - y = 2}$$

**उदाहरण-5**  $y$ -अक्ष पर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं  $A(6, 5)$  और  $B(-4, 3)$  से सम दूरस्थ हो।

हल :-

दिया है कि,  $PA = PB$



$$\Rightarrow \sqrt{(0-6)^2 + (a-5)^2} = \sqrt{[0-(-4)]^2 + (a-3)^2}$$

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow (0-6)^2 + (a-5)^2 = (0+4)^2 + (a-3)^2$$

$$\Rightarrow 36 + a^2 + 5^2 - 2(a)(5) = 16 + a^2 + 3^2 - 2(a)(3)$$

$$\Rightarrow 36 + 25 - 10a = 16 + 9 - 6a$$

$$\Rightarrow 36 + 25 - 10a = 25 - 6a$$

$$\Rightarrow 36 = 4a$$

$$\Rightarrow 4a = 36$$

$$\Rightarrow a = \frac{36}{4} = 9$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 9}$$



## प्रश्नावली - 7.1

**प्रश्न-1** बिन्दुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच दूरियाँ ज्ञात कीजिए:-

(i)  $(2, 3)$ ,  $(4, 1)$

$$\begin{aligned} \underline{\text{हल:-}} \quad \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= \sqrt{4 \times 2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(ii)  $(-5, 7)$ ,  $(-1, 3)$

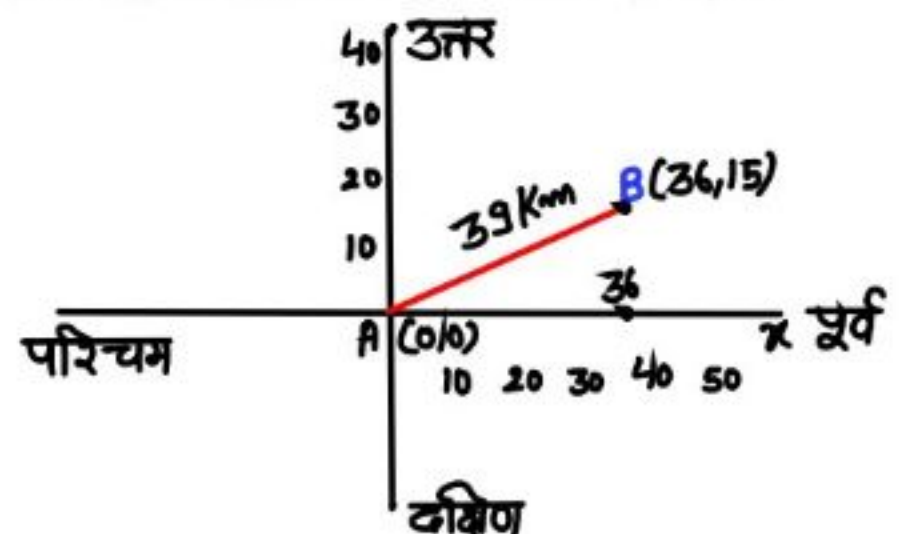
$$\begin{aligned} \underline{\text{हल:-}} \quad \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{[(-1 - (-5))]^2 + (3-7)^2} \\ &= \sqrt{(-1+5)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{16+16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(iii)  $(a, b)$ ,  $(-a, -b)$

$$\begin{aligned} \underline{\text{हल:-}} \quad \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-a-a)^2 + (-b-b)^2} \\ &= \sqrt{(-2a)^2 + (-2b)^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} \\ &= \sqrt{4(a^2 + b^2)} \\ &= 2\sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

**प्रश्न-2** बिन्दुओं  $(0, 0)$  और  $(36, 15)$  के बीच दूरी ज्ञात कीजिए। अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों के बीच दूरी ज्ञात कीजिए। "एक शहर B एक अन्य शहर A से 36 km पूर्व और 15 km उत्तर की ओर है।"

$$\begin{aligned} \underline{\text{हल:-}} \quad \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(36-0)^2 + (15-0)^2} \\ &= \sqrt{(36)^2 + (15)^2} \\ &= \sqrt{1296 + 225} \\ &= \sqrt{1521} \\ &= 39 \end{aligned}$$



**प्रश्न-3** निर्धारित कीजिए कि क्या बिन्दु (1,5) (2,3) और (-2,-11) संरेखी हैं।

हल:-

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{1+4} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{[2-(-2)]^2 + [3-(-11)]^2} \\ &= \sqrt{(2+2)^2 + (3+11)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 14^2} \\ &= \sqrt{16+196} \\ &= \sqrt{212} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{[1-(-2)]^2 + [5-(-11)]^2} \\ &= \sqrt{(1+2)^2 + (5+11)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 16^2} \\ &= \sqrt{9+256} \\ &= \sqrt{265} \end{aligned}$$

$$\therefore AB + BC \neq AC$$

अतः A, B व C संरेखी नहीं हैं

**प्रश्न-4** जाँच कीजिए कि क्या बिन्दु (5,-2), (6,4) और (7,-2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं?

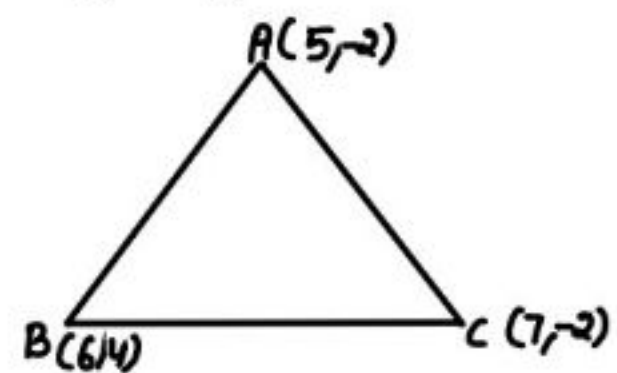
हल:-

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(6-5)^2 + [4-(-2)]^2} \\ &= \sqrt{1^2 + (4+2)^2} \\ &= \sqrt{1+6^2} \\ &= \sqrt{1+36} \\ &= \sqrt{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(6-7)^2 + [4-(-2)]^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (4+2)^2} \\ &= \sqrt{1+6^2} \\ &= \sqrt{1+36} \\ &= \sqrt{37} \end{aligned}$$

$$\therefore AB = BC$$

अतः  $\Delta ABC$  समद्विबाहु त्रिभुज है।



**प्रश्न-5** किसी कक्षा में, चार मित्र बिन्दुओं A, B, C और D पर बैठे हुए हैं। चंपा और चमेली कक्षा के अन्दर आती हैं और कुछ मिनट तक देखने के बाद, चम्पा चमेली से पूछती है " क्या तुम नहीं सोचती हो कि ABCD एक वर्ग है ? " चमेली इससे सहमत नहीं है। दूरी सूत्र का प्रयोग करके बताइए कि इनमें से कौन सही है।

हल:-

$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(6-3)^2 + (7-4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(9-6)^2 + (4-7)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(9-6)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (3)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DA &= \sqrt{(6-3)^2 + (1-4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

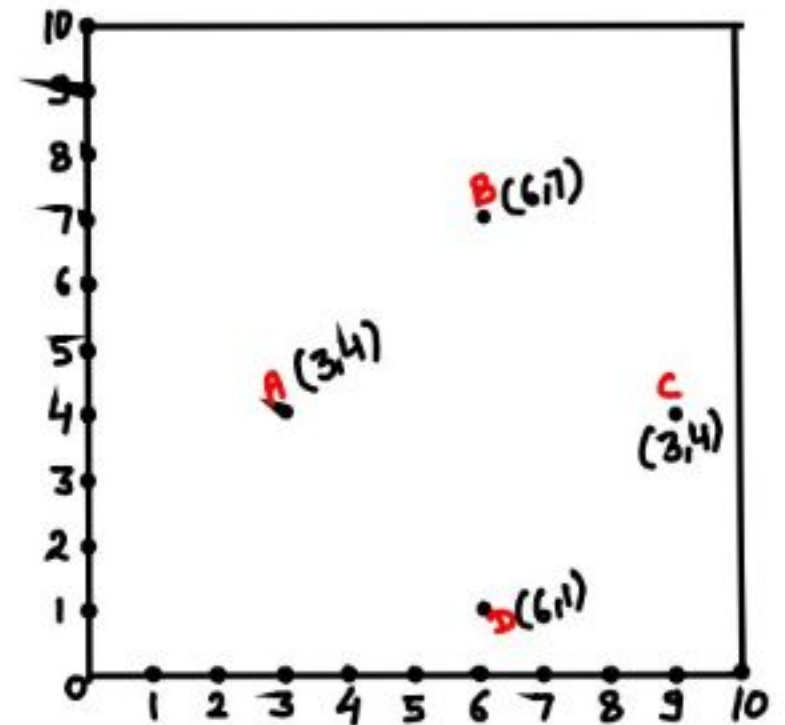
$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(9-3)^2 + (4-4)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{(6-6)^2 + (1-7)^2} \\ &= \sqrt{(0)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\therefore AB = BC = CD = DA$$

$$AC = BD$$

अतः ABCD एक वर्ग है





प्रश्न-6 निम्नलिखित बिन्दुओं द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का प्रकार (यदि कोई है तो) बताइए तथा अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए।

(i)  $(-1, -2)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(-1, 2)$ ,  $(-3, 0)$

हल:-

$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [0 - (-2)]^2} \\ &= \sqrt{(1+1)^2 + (0+2)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

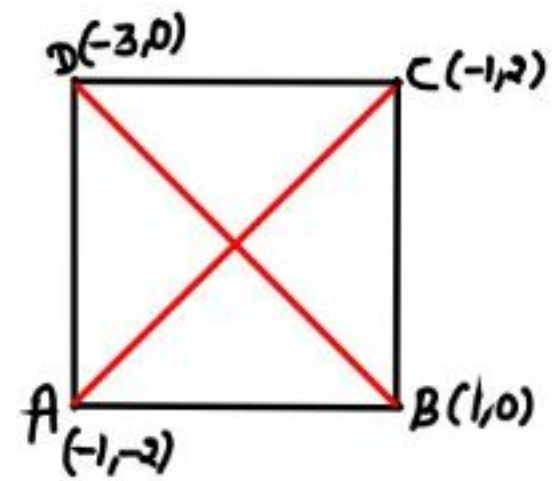
$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(-1-1)^2 + (2-0)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{[(-3) - (-1)]^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{(-3+1)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{[(-3) - (-1)]^2 + [0 - (-2)]^2} \\ &= \sqrt{(-3+1)^2 + (0+2)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{[(-1) - (-1)]^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{(-1+1)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{0+16} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{(-3-1)^2 + (0-0)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{16+0} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$





ABCD चतुर्भुज की चारो भुजाएँ बराबर हैं तथा दोनों विकर्ण भी बराबर हैं।  
अतः ABCD एक वर्ग है।

(ji)  $(-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, 4)$

हल:-

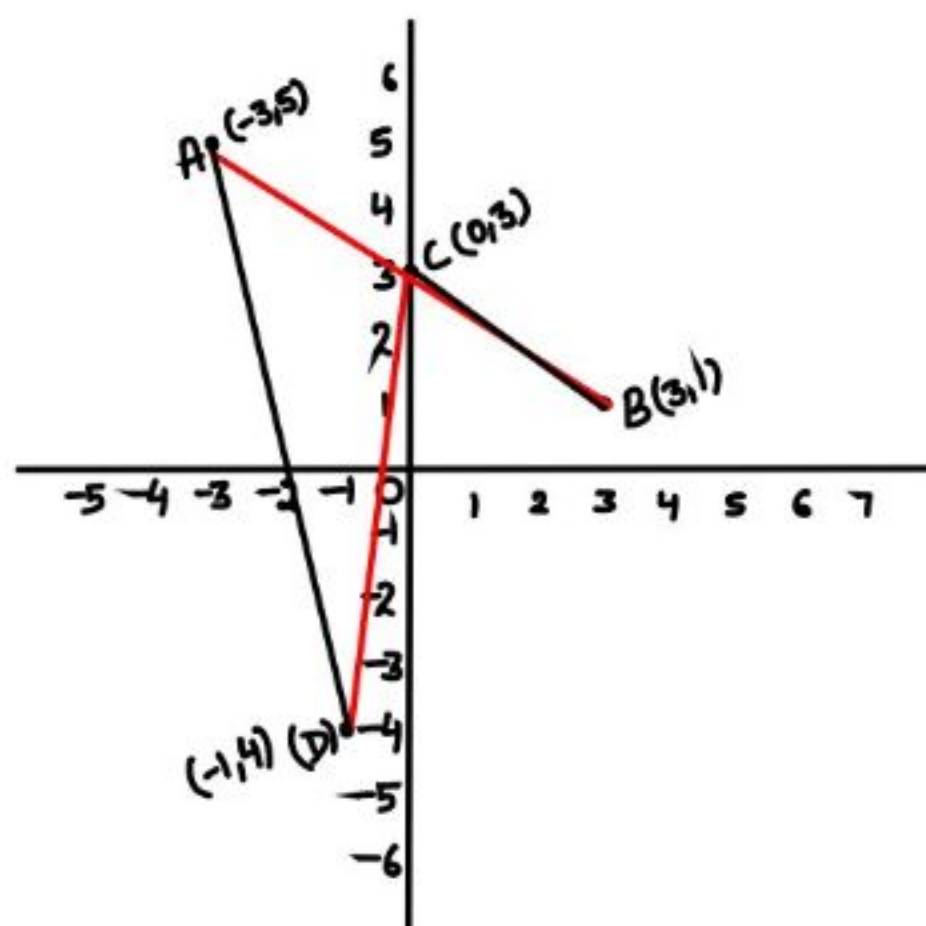
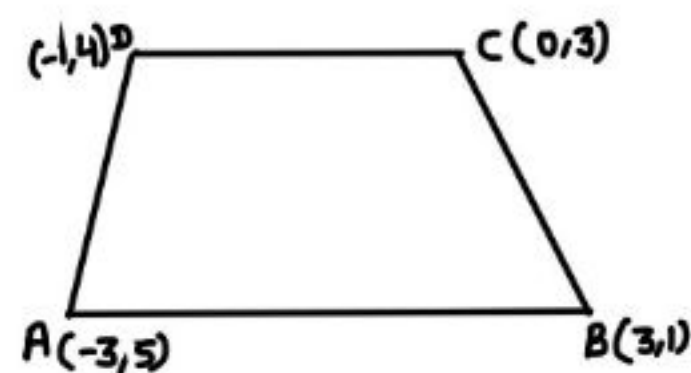
$$\begin{aligned} \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ AB &= \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (1 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(3+3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + 16} \\ &= \sqrt{36+16} \\ &= \sqrt{52} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(0-3)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{9+4} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(-1-0)^2 + (-4-3)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} \\ &= \sqrt{1+49} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DA &= \sqrt{[(-3)-(-1)]^2 + [5-(-4)]^2} \\ &= \sqrt{(-3+1)^2 + (5+4)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + 9^2} \\ &= \sqrt{4+81} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

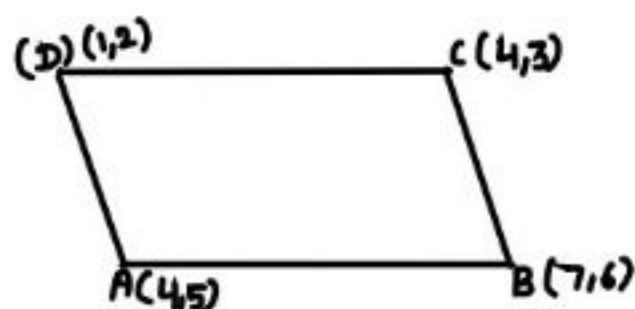
ABCD एक चतुर्भुज नहीं है।



(jii)  $(4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)$

हल:-

$$\begin{aligned} \text{दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ AB &= \sqrt{(7-4)^2 + (6-5)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 1^2} \end{aligned}$$



$$= \sqrt{9+1}$$

$$= \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(7-4)^2 + (6-3)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$CD = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{9+1}$$

$$= \sqrt{10}$$

$$DA = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (3-5)^2}$$

$$= \sqrt{0+(-2)^2}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$BD = \sqrt{(7-1)^2 + (6-2)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{36+16}$$

$$= \sqrt{52}$$

आमने - सामने की भुजाएँ बराबर हैं तथा विकर्ण असमान हैं अतः ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।

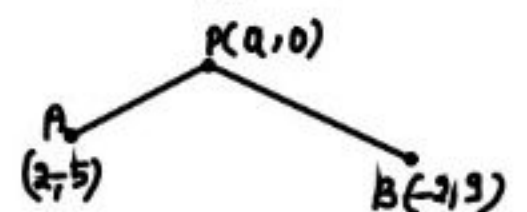
**प्रश्न-7** x अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो (2, -5) और (-2, 9) से समदूरस्थ हो।

हल :-

दिया है कि,  $PA = PB$

$$\Rightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{[a-(-2)]^2 + (0-9)^2}$$

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$





वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow (a-2)^2 + (0+5)^2 = (a+2)^2 + (-9)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2^2 - 2(a)(2) + 25 = a^2 + 2^2 + 2(a)(2) + 81$$

$$\Rightarrow -4a + 25 = 4a + 81$$

$$\Rightarrow -4a - 4a = 81 - 25$$

$$\Rightarrow -8a = 56$$

$$\Rightarrow a = \frac{56}{-8} = -7$$

$$\Rightarrow \text{अतः } x \text{ अक्ष का बिन्दु} = (a, 0)$$

$$= (-7, 0)$$

**प्रश्न-8**  $y$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिन्दु  $P(2, -3)$  और  $Q(10, y)$  के बीच की दूरी 10 मात्रक है।

हल :-

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

दिया है,  $PQ = 10$

$$= \sqrt{(10-2)^2 + [y-(-3)]^2} = 10$$

$$= \sqrt{8^2 + (y+3)^2} = 10$$

वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$8^2 + (y+3)^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow 64 + y^2 + 3^2 + 2(y)(3) = 100$$

$$\Rightarrow 64 + y^2 + 9 + 6y = 100$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y + 73 = 100$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y + 73 - 100 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y - 27 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$$

$$\Rightarrow y(y+9) - 3(y+9) = 0$$

$$(y+9)(y-3) = 0$$

$$y+9=0 \quad y-3=0$$

$$y = -9$$

$$y = 3$$

**प्रश्न-9** यदि  $Q(0, 1)$  बिन्दुओं  $P(5, -3)$  और  $R(x, 6)$  से समदूरस्थ है, तो  $x$  के मान ज्ञात कीजिए। दूरियाँ  $QR$  व  $PR$  भी ज्ञात कीजिए।

हल :-

दिया है कि,  $QP = QR$

$$\Rightarrow \sqrt{(5-0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (6-1)^2}$$

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{x^2 + 5^2}$$

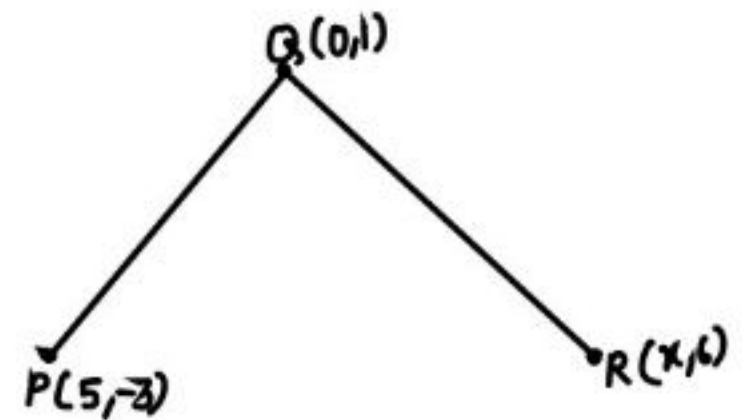
वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow 5^2 + (-4)^2 = x^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow 16 = x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{16}$$

$$\Rightarrow x = \pm 4$$



Case I  $\rightarrow R = (4,6), Q(0,1)$

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(4-0)^2 + (6-1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{16+25} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

$P(5,-3), R(4,6)$

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(5-4)^2 + (-3-6)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + (-9)^2} \\ &= \sqrt{1+81} \\ &= \sqrt{82} \end{aligned}$$

Case II  $\Rightarrow R(-4,6), Q(0,1)$

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(-4-0)^2 + (6-1)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{16+25} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

$P(5,-3), R(-4,6)$

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(-4-5)^2 + [6-(-3)]^2} \\ &= \sqrt{(-9)^2 + (6+3)^2} \\ &= \sqrt{(-9)^2 + (9)^2} \\ &= \sqrt{81+81} \\ &= \sqrt{162} \\ &= \sqrt{81 \times 2} \\ &= 9\sqrt{2} \end{aligned}$$



**प्रश्न-10**  $x$  और  $y$  में एक ऐसा सम्बन्ध ज्ञात कीजिए कि बिन्दु  $(x, y)$ , बिन्दुओं  $(3, 6)$  और  $(-3, 4)$  से समदूरस्थ हो।

हल:-

दिया है कि,

$$PA = PB$$

$$\therefore \text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} = \sqrt{[x-(-3)]^2 + (y-4)^2}$$

वर्ग करने पर  $\rightarrow$

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3^2 - 2(x)(3) + y^2 + 6^2 - 2(y)(6) = x^2 + 3^2 + 2(x)(3) + y^2 + 4^2 - 2(y)(4)$$

$$\Rightarrow x^2 + 9 - 6x + y^2 + 36 - 12y = x^2 + 9 + 6x + y^2 + 16 - 8y$$

$$\Rightarrow -6x + 36 - 12y = 6x + 16 - 8y$$

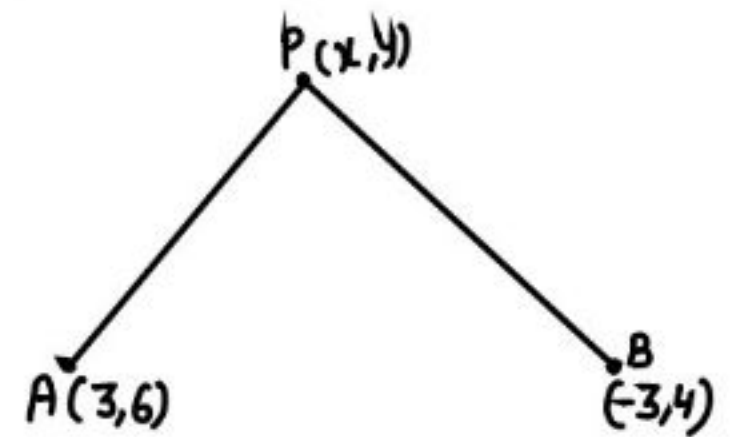
$$\Rightarrow 0 = 6x + 16 - 8y + 6x - 36 + 12y$$

$$\Rightarrow 12x + 4y - 20 = 0$$

$$\Rightarrow 4(3x + y - 5) = 0$$

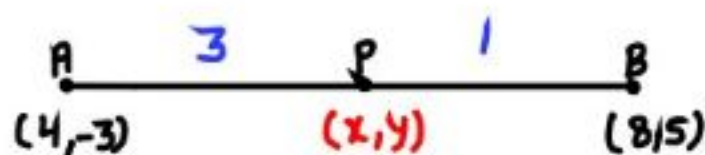
$$\Rightarrow 3x + y - 5 = \frac{0}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{3x + y - 5 = 0}$$



**उदाहरण-6** उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(4, -3)$  और  $(8, 5)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को आन्तरिक रूप से  $3:1$  के अनुपात में विभाजित करता है।

हल:-



$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{3(8) + 1(4)}{3+1}, \frac{3(5) + 1(-3)}{3+1} \right)$$

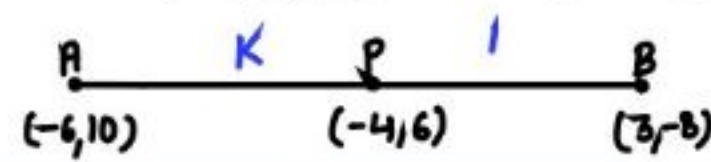
$$= \left( \frac{24+4}{4}, \frac{15-3}{4} \right)$$

$$= \left( \frac{28}{4}, \frac{12}{4} \right)$$

$$= (7, 3) \Rightarrow \boxed{P = 7, 3}$$

**उदाहरण-7** बिन्दु  $(-4, 6)$ , बिन्दुओं  $A(-6, 10)$  और  $B(3, 8)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल:-



माना बिन्दु  $P$ ,  $AB$  को  $K:1$  के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (-4, 6) = \left( \frac{K(3) + 1(-6)}{K+1}, \frac{K(8) + 1(10)}{K+1} \right)$$

$$\Rightarrow (-4, 6) = \left( \frac{3K-6}{K+1}, \frac{-8K+10}{K+1} \right)$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{3K-6}{K+1}$$

$$\Rightarrow -4(K+1) = 3K-6$$

$$\Rightarrow -4K-4 = 3K-6$$

$$\Rightarrow 6-4 = 3K+4K$$

$$\Rightarrow 2 = 7K$$


$$\Rightarrow K = \frac{2}{7}$$

अनुपात  $\rightarrow K:1$   
 $= \frac{2}{7} = 1$


$2:7$

**उदाहरण-8** बिन्दुओं  $A(2, -2)$  और  $B(-7, 4)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समन्त्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल:-



(i)

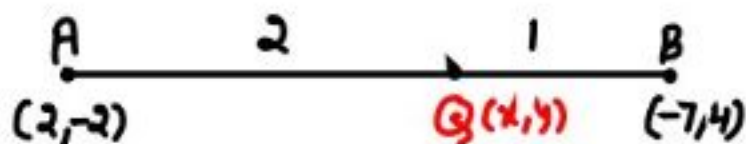


$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$



$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (x, y) &= \left( \frac{1(-7) + 2(2)}{1+2}, \frac{1(4) + 2(-2)}{1+2} \right) \\
 &= \left( \frac{-7+4}{3}, \frac{4-4}{3} \right) \\
 &= \left( \frac{-3}{3}, 0 \right) \\
 &= (-1, 0) \Rightarrow P = \boxed{-1, 0}
 \end{aligned}$$

(ii)

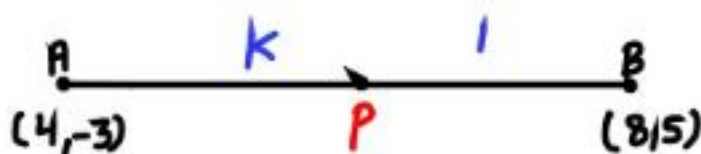


$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (x, y) &= \left( \frac{2(-7) + 1(2)}{2+1}, \frac{2(4) + 1(-2)}{2+1} \right) \\
 &= \left( \frac{-14+2}{3}, \frac{8-2}{3} \right) \\
 &= \left( \frac{-12}{3}, \frac{6}{3} \right) \\
 &= (-4, 2) \Rightarrow Q = \boxed{-4, 2}
 \end{aligned}$$

**उदाहरण-9** बिन्दुओं  $(5, -6)$  और  $(-1, -4)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को  $y$  अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है? इसे प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

हल:-



$$\Rightarrow \text{बिन्दु } P = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$= \left( \frac{k(-1) + 1(5)}{k+1}, \frac{k(-4) + 1(-6)}{k+1} \right)$$

$$= \left( \frac{-k+5}{k+1}, \frac{-4k-6}{k+1} \right)$$

$x$  निर्देशांक  $= 0$

$$\Rightarrow \frac{-k+5}{k+1} = 0$$

$$\Rightarrow -k + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 5 = k$$

$$\Rightarrow \boxed{k=5}$$

$$\text{बिन्दु } P = \left( 0, \frac{-4(5) - 6}{5+1} \right)$$

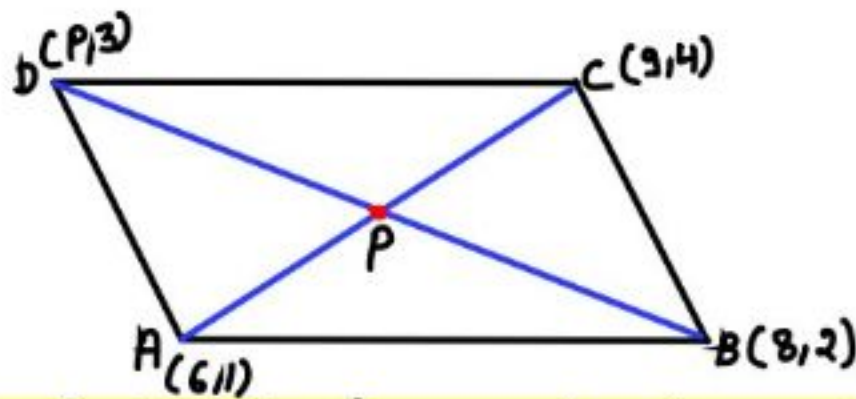
$$= \left( 0, \frac{-20 - 6}{6} \right)$$

$$= \left( 0, \frac{-26}{6} \right)$$

$$= \left( 0, \frac{-13}{3} \right) \Rightarrow \boxed{\left( 0, -\frac{13}{3} \right)}$$

**उदाहरण-10** यदि बिन्दु  $A(6,1)$ ,  $B(8,2)$ ,  $C(9,4)$  और  $D(P,3)$  एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हों तो  $P$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल:-



समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को मध्य बिन्दु पर प्रतिच्छेद करते हैं।

$$A(6,1) \quad P \quad C(9,4)$$

$$B(8,2) \quad P \quad D(P,3)$$

बिन्दु  $P$ ,  $AC$  तथा  $BD$  दोनों विकर्णों का मध्य बिन्दु है।

$$\text{मध्य बिन्दु} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$P = \left( \frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{15}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$P = \left( \frac{8+P}{2}, \frac{2+3}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{8+P}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} = \frac{8+P}{2}$$

$$\Rightarrow 15 = 8+P$$

$$\Rightarrow 15-8 = P$$

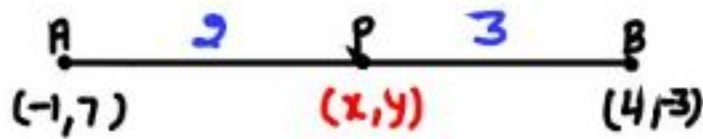
$$\Rightarrow \boxed{P=7}$$



## प्रनावली 7.2

**प्रश्न-1** उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं  $(-1, 7)$  और  $(4, -3)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $2:3$  के अनुपात में विभाजित करता है।

हल:-



$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{2(4) + 3(-1)}{2 + 3}, \frac{2(-3) + 3(7)}{2 + 3} \right)$$

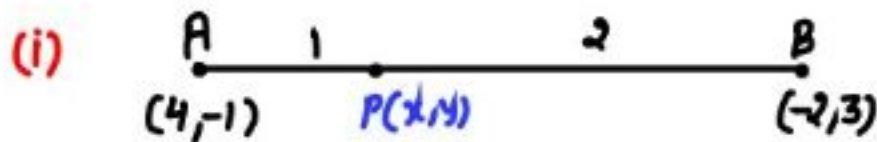
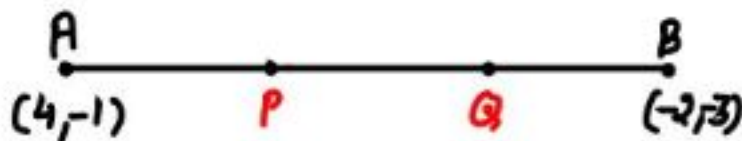
$$= \left( \frac{8 - 3}{5}, \frac{-6 + 21}{5} \right)$$

$$= \left( \frac{5}{5}, \frac{15}{5} \right)$$

$$= (1, 3) \Rightarrow P = (1, 3)$$

**प्रश्न 2** बिन्दुओं  $(4, -1)$  और  $(-2, -3)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समान्तरभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल:-



$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{1(-2) + 2(4)}{1 + 2}, \frac{1(-3) + 2(-1)}{1 + 2} \right)$$

$$= \left( \frac{-2 + 8}{3}, \frac{-3 - 2}{3} \right)$$

$$= \left( \frac{6}{3}, \frac{-5}{3} \right)$$

$$= (2, -\frac{5}{3}) \Rightarrow P = (2, -\frac{5}{3})$$

Q1)



$$\Rightarrow (x_2, y_2) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x_2, y_2) = \left( \frac{2(-3) + 1(1)}{2+1}, \frac{2(-3) + 1(-1)}{2+1} \right)$$

$$= \left( \frac{-4+1}{3}, \frac{-6-1}{3} \right)$$

$$= \left( 0, -\frac{7}{3} \right) \Rightarrow Q = \left( 0, -\frac{7}{3} \right)$$

**प्रश्न-3** आपके स्कूल में खेल-कूद क्रियाकलाप आयोजित करने के लिए, एक आयताकार मैदान ABCD में, चूने से परस्पर 1m की दूरी पर पंक्तियाँ बनाई गई हैं। AD के अनुदिश परस्पर 1m की दूरी पर 100 गमले रखे गए हैं।

निकारिका दूसरी पंक्ति में AD के  $\frac{1}{4}$  भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहाँ एक हरा झण्डा गाड़ देती है। प्रीत आठवीं पंक्ति में AD के  $\frac{1}{5}$  भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहाँ एक लाल झण्डा गाड़ देती है। दोनों झण्डों के बीच की दूरी क्या है? यदि रश्मि को एक नीला झण्डा इन दोनों झण्डों को मिलाने वाले रेखाखण्ड पर ठीक आधी दूरी (बीच में) पर गाड़ना हो तो उसे अपना झण्डा कहाँ गाड़ना चाहिए?

हल:-

$$\text{दूरी} = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(8-2)^2 + (30-25)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{36+25}$$

$$= \sqrt{61} \text{ met.}$$

$$100 \times \frac{1}{4} = 25 \text{ met.}$$

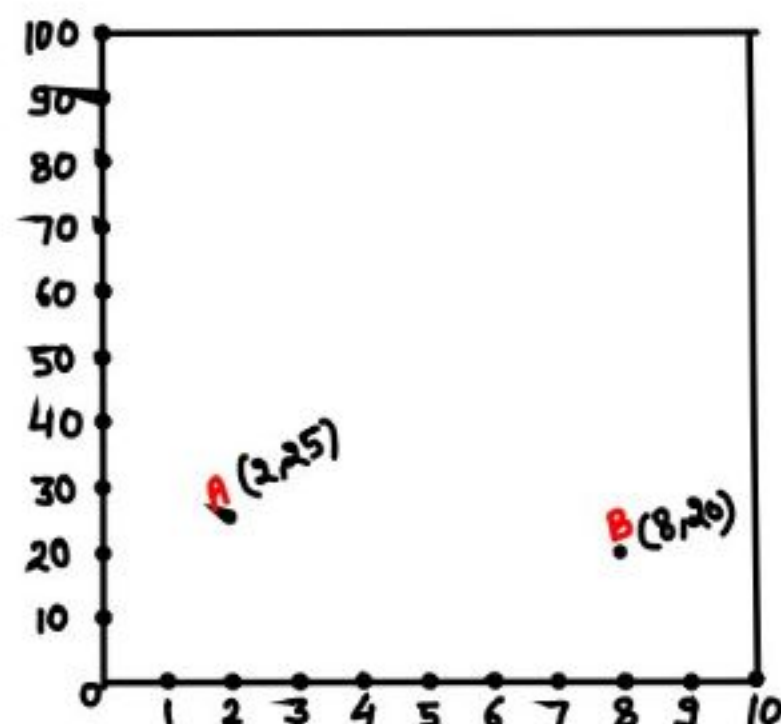
$$100 \times \frac{1}{5} = 20 \text{ met.}$$

(ii) मध्य बिन्दु =  $\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

$$P = \left( \frac{2+8}{2}, \frac{25+30}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{10}{2}, \frac{45}{2} \right)$$

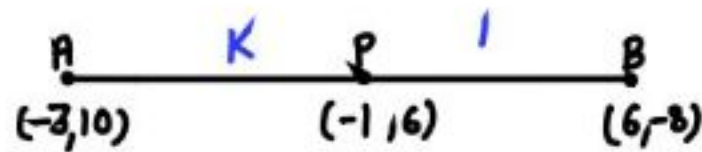
$$\left( 5, \frac{45}{2} \right)$$





**प्रश्न-4** बिन्दुओं  $(-3, 10)$  और  $(6, -8)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु  $(-1, 6)$  किस अनुपात में विभाजित करता है ?

हल :-



माना बिन्दु  $(-1, 6)$  को  $K:1$  के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (-1, 6) = \left( \frac{K(6) + 1(-3)}{K+1}, \frac{K(-8) + 1(10)}{K+1} \right)$$

$$\Rightarrow (-1, 6) = \left( \frac{6K-3}{K+1}, \frac{-8K+10}{K+1} \right)$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{6K-3}{K+1}$$

$$\Rightarrow -1(K+1) = 6K-3$$

$$\Rightarrow -K-1 = 6K-3$$

$$\Rightarrow 3-1 = 6K+K$$

$$\Rightarrow 2 = 7K$$

$$\Rightarrow K = \frac{2}{7}$$

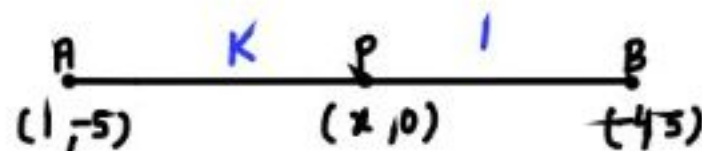
$$\text{अनुपात} \rightarrow K:1$$

$$= \frac{2}{7} = 1$$

$$\boxed{2:7}$$

**प्रश्न-5** वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिससे बिन्दुओं  $A(1, -5)$  और  $B(-4, 5)$  को मिलाने वाला रेखाखण्ड  $x$ -अक्ष से विभाजित होता है। इस विभाजन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

हल :-



$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x, 0) = \left( \frac{K(-4) + 1(1)}{K+1}, \frac{K(5) + 1(-5)}{K+1} \right)$$

$$\Rightarrow (x, 0) = \left( \frac{-4K+1}{K+1}, \frac{5K-5}{K+1} \right)$$



$$\Rightarrow x = \frac{-4k+1}{k+1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4(1)+1}{1+1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4+1}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{5k-5}{k+1}$$

$$\Rightarrow 0 = 5k-5$$

$$\Rightarrow 5 = 5k$$

$$\Rightarrow k = \frac{5}{5} = 1$$

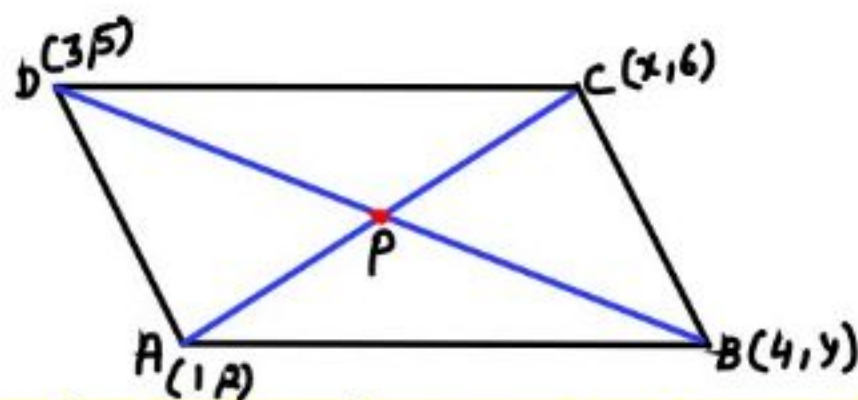
$$k = 1$$

अनुपात  $\rightarrow 1:1$

बिन्दु  $P = (-\frac{3}{2}, 10)$

**प्रश्न-6** यदि बिन्दु  $(1,2), (4,y), (x,6)$  और  $(3,5)$  इसी क्रम में लेने पर समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हों तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात करो।

हल :-



समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को मध्य बिन्दु पर प्रतिच्छेद करते हैं।

बिन्दु  $P$ ,  $AC$  तथा  $BD$  दोनों विकर्णों का मध्य बिन्दु है।

$$\text{मध्य बिन्दु} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$P = \left( \frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{1+x}{2}, \frac{8}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{1+x}{2}, 4 \right)$$

अब  $\rightarrow$

$$\Rightarrow \left( \frac{1+x}{2}, 4 \right) = \left( \frac{7}{2}, \frac{5+y}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1+x}{2} = \frac{7}{2} \quad \Rightarrow 4 = \frac{5+y}{2}$$

$$\Rightarrow 1+x = 7 \quad \Rightarrow 8 = 5+y$$

$$\Rightarrow x = 7-1 \quad \Rightarrow 8-5 = y$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow y = 3$$

**प्रश्न-7** बिन्दु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केन्द्र (2, -3) है तथा B के निर्देशांक (1, 4) हैं।

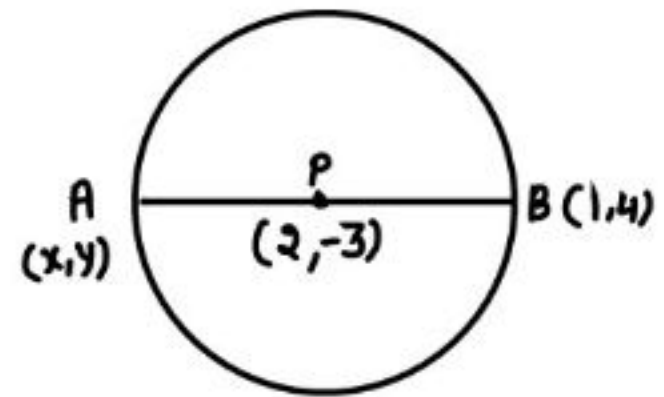
हल:-

$$\text{मध्य बिन्दु के निर्देशांक} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(2, -3) = \left( \frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2} \right)$$

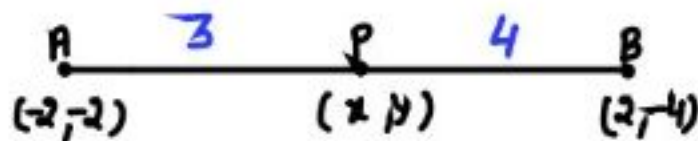
$$\Rightarrow 2 = \frac{x+1}{2} \quad \Rightarrow -3 = \frac{y+4}{2}$$

$$\begin{array}{l|l} \Rightarrow 4 = x+1 & \Rightarrow -6 = y+4 \\ \Rightarrow 4-1 = x & \Rightarrow -6-4 = y \\ \Rightarrow \boxed{x=3} & \Rightarrow -10 = y \\ & \Rightarrow \boxed{y=-10} \end{array}$$



**प्रश्न-8** यदि A और B क्रमशः (-2, -2) और (2, -4) हो तो बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि  $AP = \frac{3}{7} AB$  हो और P रेखाखण्ड AB पर स्थित हो।

हल:-



$$AP = \frac{3}{7} AB$$

$$\boxed{\frac{AP}{AB} = \frac{3}{7}}$$

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x, y) = \left( \frac{3(2) + (-2)(-4)}{3+4}, \frac{3(-4) + (-2)(-2)}{3+4} \right)$$

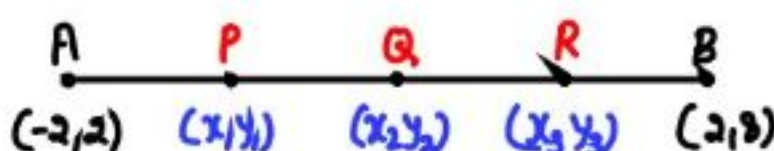
$$= \left( \frac{6-8}{7}, \frac{-12-8}{7} \right)$$

$$= \left( \frac{-2}{7}, \frac{-20}{7} \right)$$

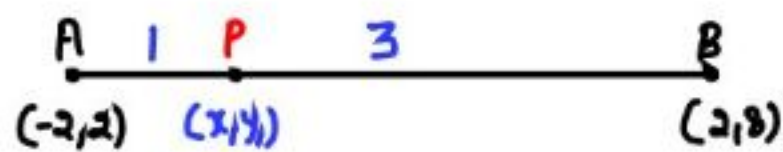
$$P = \boxed{\left( -\frac{2}{7}, -\frac{20}{7} \right)}$$

**प्रश्न-9** बिन्दुओं A (-2, 2) और B (2, 8) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल:-







$$\Rightarrow (x_1, y_1) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

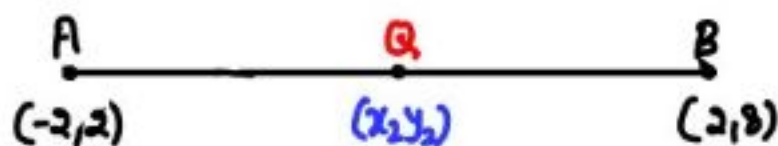
$$\Rightarrow (x_1, y_1) = \left( \frac{1(2) + 3(-2)}{1+3}, \frac{1(8) + 3(2)}{1+3} \right)$$

$$= \left( \frac{2-6}{4}, \frac{8+6}{4} \right)$$

$$= \left( \frac{-4}{4}, \frac{14}{4} \right)$$

$$\boxed{(-1, \frac{7}{2})}$$

(ii)



$$\text{मध्य बिन्दु} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$Q = \left( \frac{-2+2}{2}, \frac{2+8}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{0}{2}, \frac{10}{2} \right)$$

$$= \boxed{(0, 5)}$$

(iii)



$$\Rightarrow (x_3, y_3) = \left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\Rightarrow (x_3, y_3) = \left( \frac{3(2) + 1(-2)}{3+1}, \frac{3(8) + 1(2)}{3+1} \right)$$

$$= \left( \frac{6-2}{4}, \frac{24+2}{4} \right)$$

$$= \left( \frac{4}{4}, \frac{26}{4} \right)$$

$$\boxed{\left( 1, \frac{13}{2} \right)}$$



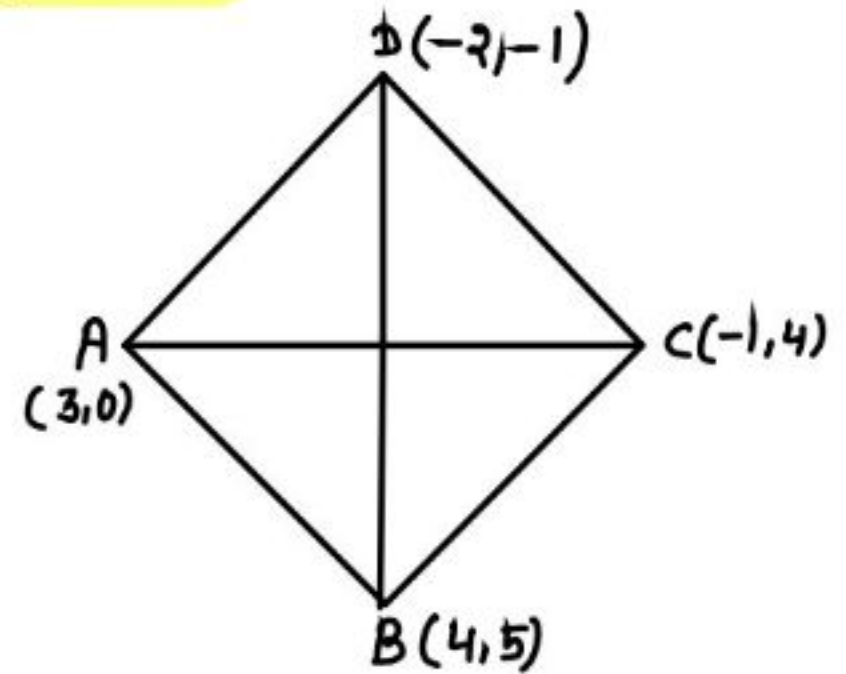
**प्रश्न-10** एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष इसी क्रम में  $(3,0)$ ,  $(4,5)$ ,  $(-1,4)$  और  $(-2,-1)$  हैं।

हल:-

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  (उसके विकर्णों का गुणनफल)

$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{[-1 - (3)]^2 + [4 - (0)]^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= \sqrt{2 \times 16} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{[4 - (-2)]^2 + [5 - (-1)]^2} \\ &= \sqrt{(4+2)^2 + (5+1)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} \\ &= \sqrt{2 \times 36} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  समचतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  (उसके विकर्णों का गुणनफल)

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

$$= 12 \times 2$$

$$= 24 \text{ वर्ग इकाई}$$

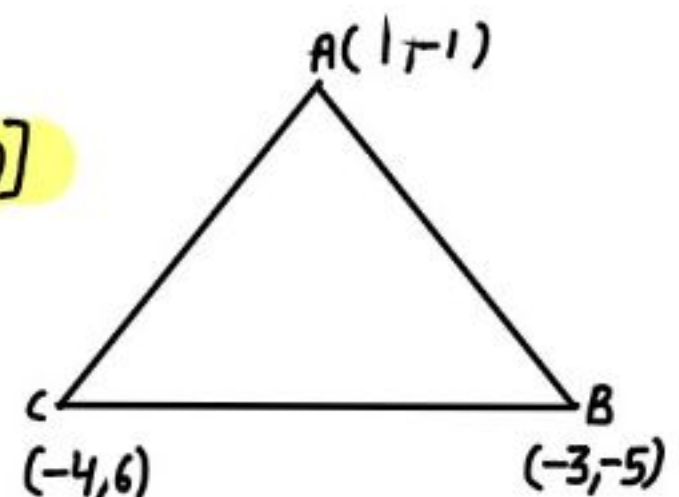
**उदाहरण-11** उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $(1,-1)$ ,  $(-4,6)$  और  $(-3,-5)$  हैं।

हल:-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 1, \quad y_1 = -1, \quad x_2 = -4$$

$$y_2 = 6, \quad x_3 = -3, \quad y_3 = -5$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [1[6 - (-5)] - 4[-5 - (-1)] - 3(-1 - 6)] \\
 &= \frac{1}{2} [(6+5) - 4(-5+1) - 3(-7)] \\
 &= \frac{1}{2} (11 - 4(-4) + 21) \\
 &= \frac{1}{2} (11 + 16 + 21) \\
 &= \frac{48}{2} = 24 \text{ वर्ग इकाई}
 \end{aligned}$$

**उदाहरण-12** बिन्दुओं  $A(5,2)$ ,  $B(4,7)$  और  $C(7,-4)$  से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 5, \quad y_1 = 2, \quad x_2 = 4$$

$$y_2 = 7, \quad x_3 = 7, \quad y_3 = -4$$

$$= \frac{1}{2} [5(7 - (-4)) + 4(-4 - 2) + 7(2 - 7)]$$

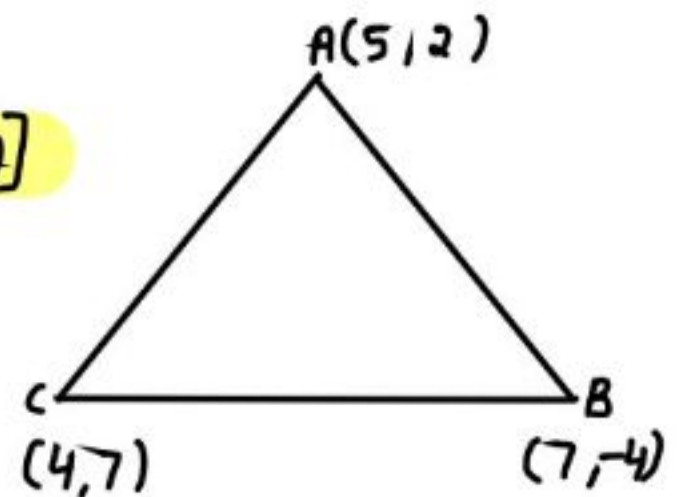
$$= \frac{1}{2} [5(7+4) + 4(-6) + 7(-5)]$$

$$= \frac{1}{2} (5(11) - 24 - 35)$$

$$= \frac{1}{2} (55 - 59)$$

$$= \frac{-4}{2} = -2$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 2 \text{ वर्ग इकाई}$$



**उदाहरण-13** बिन्दुओं  $P(-1.5, 3)$ ,  $Q(6, -2)$  और  $R(-3, 4)$  से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:-

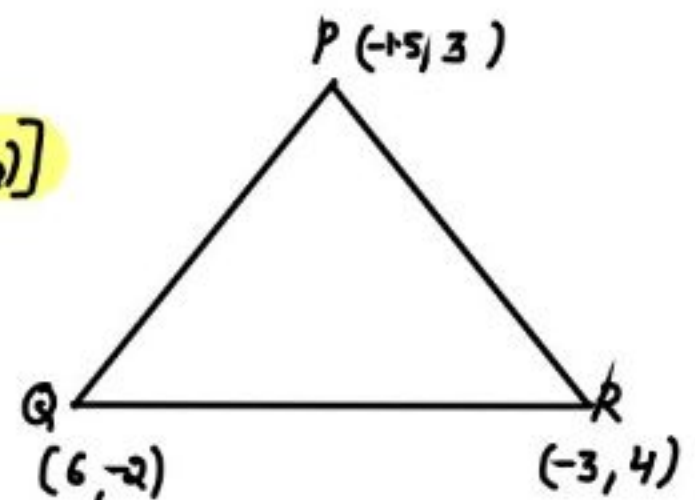
$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -1.5, \quad y_1 = 3, \quad x_2 = 6$$

$$y_2 = -2, \quad x_3 = -3, \quad y_3 = 4$$

$$= \frac{1}{2} [-1.5(-2 - 4) + 6(4 - 3) - 3(3 - (-2))]$$

$$= \frac{1}{2} [(-1.5)(-6) + 6(1) - 3(3+2)]$$





$$= \frac{1}{2} (9 + 6 - 3(-5))$$

$$= \frac{1}{2} (15 - 15)$$

$$= 0$$

अतः बिन्दु P, Q, व R संरेखीय हैं।

**उदाहरण-14** K का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु A(2,3), B(4,K) और C(6,-3) संरेखी हैं।

हल:-

बिन्दु A, B व C संरेखीत हैं

अतः  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल = 0

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 3, \quad x_3 = 4$$

$$y_2 = K, \quad x_3 = 6, \quad y_3 = -3$$

$$\Rightarrow x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

$$\Rightarrow 2[K - (-3)] + 4(-3 - 3) + 6(3 - K) = 0$$

$$\Rightarrow 2(K + 3) + 4(-6) + 6(3 - K) = 0$$

$$\Rightarrow 2K + 6 - 24 + 18 - 6K = 0$$

$$\Rightarrow -4K + 24 - 24 = 0$$

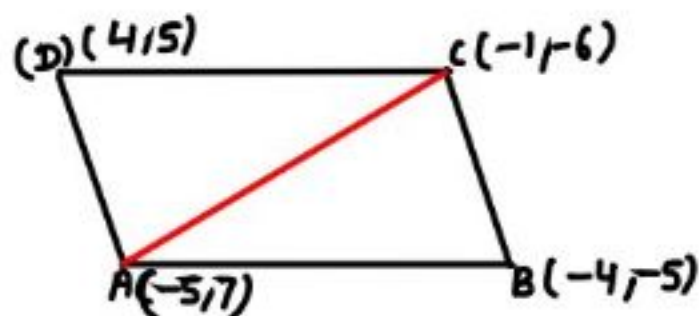
$$\Rightarrow -4K = 0$$

$$K = \frac{0}{-4}$$

$$K = 0$$

**उदाहरण-15** यदि A(-5,7), B(-4,-5), C(-1,-6) और D(4,5) एक चतुर्भुज ABCD के शीर्ष हैं। इस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

हल:-



$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -5, \quad y_1 = 7, \quad x_2 = -4$$

$$y_2 = -5, \quad x_3 = -1, \quad y_3 = -6$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [-5(-5) - (-6) - 4[-6-7] - 1[7-(-5)]] \\
 &= \frac{1}{2} [-5(-5+6) - 4(-13) - 1(7+5)] \\
 &= \frac{1}{2} (-5(1) + 52 - 12) \\
 &= \frac{1}{2} (-5 + 40) \\
 &= \frac{1}{2} (35) = \frac{35}{2}
 \end{aligned}$$

$$\Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -5, \quad y_1 = 7, \quad x_2 = 4$$

$$y_2 = 5, \quad x_3 = -1, \quad y_3 = -6$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [(-5)[5-(-6)] + 4(-6-7) - 1(7-5)] \\
 &= \frac{1}{2} [(-5)(5+6) + 4(-13) - 1(2)] \\
 &= \frac{1}{2} (-5(11) - 52 - 2) \\
 &= \frac{1}{2} (-55 - 52 - 2) \\
 &= \frac{1}{2} (-109) = -\frac{109}{2}
 \end{aligned}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{109}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\begin{aligned}
 \text{चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल} &= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= \frac{35}{2} + \frac{109}{2} = \frac{35+109}{2} = \frac{144}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल} = 72 \text{ वर्ग इकाई}$$

### प्रश्नावली 7.3

**प्रश्न-1** उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष हैं:-

(i)  $(2,3)$ ,  $(-1,0)$ ,  $(2,-4)$

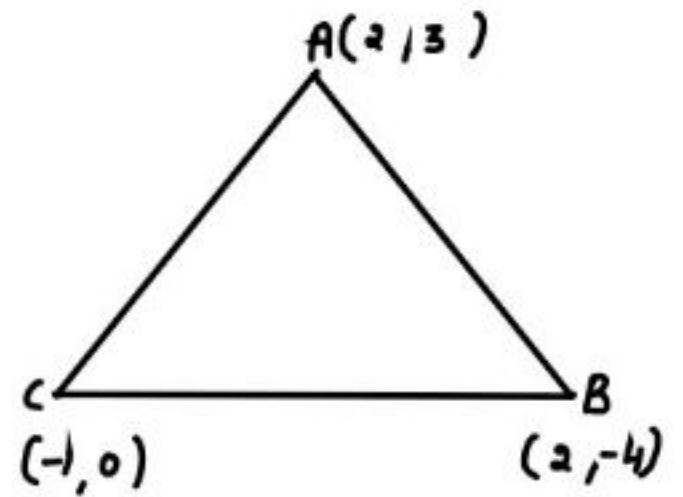
हल:-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 3, \quad x_2 = -1$$

$$y_2 = 0, \quad x_3 = 2, \quad y_3 = -4$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [2(0 - (-4)) - 1(-4 - 3) + 2(3 - 0)] \\
 &= \frac{1}{2} [2(0 + 4) - 1(-7) + 2(3)] \\
 &= \frac{1}{2} (8 + 7 + 6) \\
 &= \frac{21}{2} \text{ वर्ग इकाई}
 \end{aligned}$$



(ii)  $(-5, -1), (3, -5), (5, 2)$

हल:-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -5, y_1 = -1, x_2 = 3$$

$$y_2 = -5, x_3 = 5, y_3 = 2$$

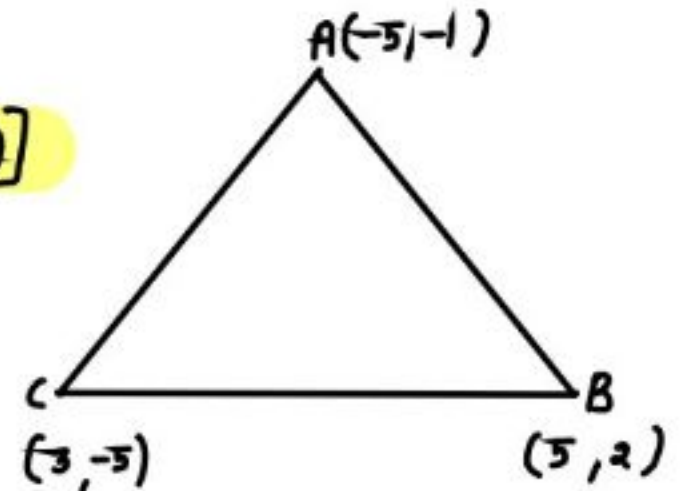
$$= \frac{1}{2} [-5(-5 - 2) + 3[2 - (-1)] + 5[-1 - (-5)]]$$

$$= \frac{1}{2} [-5(-7) + 3(2 + 1) + 5(-1 + 5)]$$

$$= \frac{1}{2} (35 + 3(3) + 5(4))$$

$$= \frac{1}{2} (35 + 9 + 20)$$

$$= \frac{62}{2} = 31 \text{ वर्ग इकाई}$$



**प्रश्न-2** निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'K' का मान ज्ञात कीजिए, ताकि तीनो बिन्दु संरेखी हो:-

(i)  $(7, -2), (5, 1), (3, K)$

हल:- माना A(7, -2), B(5, 1) तथा C(3, K)

A, B व C संरेखी हैं अतः

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow 7(1 - K) + 5[K - (-2)] + 3(-2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 7 - 7K + 5(K + 2) + 3(-3) = 0$$

$$\Rightarrow 7 - 7K + 5K + 10 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow -2K + 8 = 0$$

$$\Rightarrow K = \frac{8}{2} = 4$$

$$K = 4$$



(ii)  $(8, 1), (k, -4), (2, -5)$

हल:- माना  $A(8, 1), B(k, -4)$  तथा  $C(2, -5)$

$A, B$  व  $C$  संरेखी हैं अतः

$\Delta ABC$  का क्षेत्रफल  $= 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow 8[-4 - (-5)] + k(-5 - 1) + 2[1 - (-4)] = 0$$

$$\Rightarrow 8(-4 + 5) + k(-6) + 2(1 + 4) = 0$$

$$\Rightarrow 8 - 6k + 10 = 0$$

$$\Rightarrow -6k + 18 = 0$$

$$\Rightarrow -6k = -18$$

$$\Rightarrow 6k = 18$$

$$\Rightarrow k = \frac{18}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 3}$$

**प्रश्न-3** शीर्षों  $(0, -1), (2, 1)$  और  $(0, 3)$  वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\text{मध्य बिन्दु सूत्र} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\text{बिन्दु D} = \left( \frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{2}{2}, \frac{0}{2} \right)$$

$$= \boxed{(1, 0)}$$

$$\text{बिन्दु E} \rightarrow \left( \frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right)$$

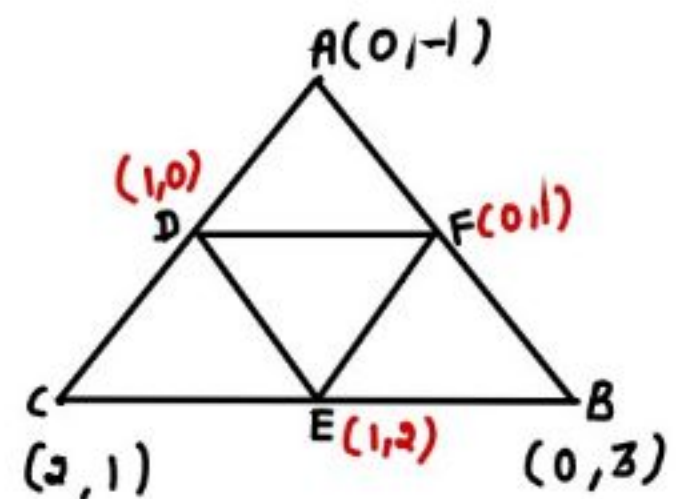
$$= \left( \frac{2}{2}, \frac{4}{2} \right)$$

$$\boxed{(1, 2)}$$

$$\text{बिन्दु F} \rightarrow \left( \frac{0+0}{2}, \frac{-1+3}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{0}{2}, \frac{2}{2} \right)$$

$$\boxed{(0, 1)}$$



$$\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$



$$x_1 = 1, y_1 = 0, x_2 = 1$$

$$y_2 = 2, x_3 = 0, y_3 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [1(2-1) + 1(1-0) + 0(0-2)]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [1(1) + 1(1) + 0]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (1+1) = \frac{2}{2} = 1 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 0, y_1 = -1, x_2 = 2$$

$$y_2 = 1, x_3 = 0, y_3 = 3$$

$$= \frac{1}{2} [0(1-3) + 2[3-(-1)] + 0(-1-1)]$$

$$= \frac{1}{2} [0 + 2(3+1) + 0]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2(4)$$

$$= 4 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\frac{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{अनुपात} = 1:4$$

**प्रश्न-4** उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में,  $(-4, -2)$ ,  $(-3, -5)$ ,  $(3, -2)$  और  $(2, 3)$  हैं।

हल:-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -4, y_1 = -2, x_2 = -3$$

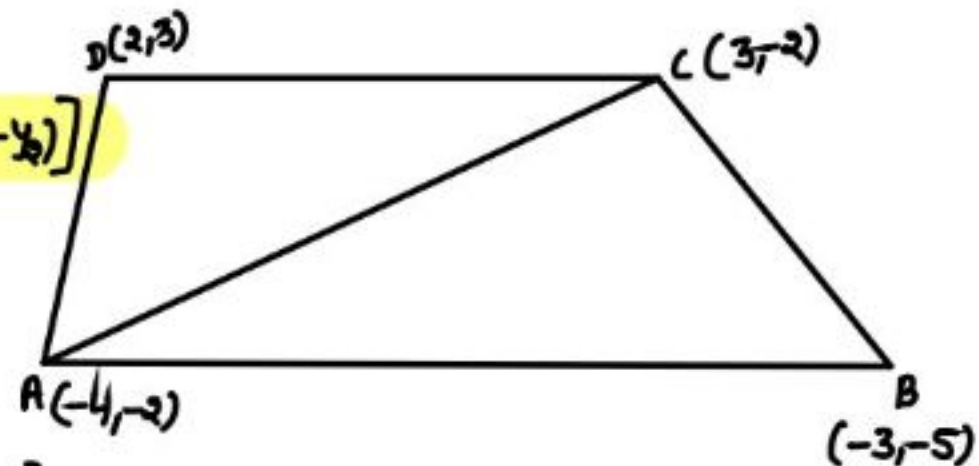
$$y_2 = -5, x_3 = 3, y_3 = -2$$

$$= \frac{1}{2} [-4[(-5) - (-2)] - 3[(-2) - (-2)] + 3[(-2) - (-5)]]$$

$$= \frac{1}{2} [-4(-5+2) - 3(-2+2) + 3(-2+5)]$$

$$= \frac{1}{2} [-4(3) - 3(0) + 3(3)]$$

$$= \frac{1}{2} (12+9) = \frac{21}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$



$$\Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = -4, \quad y_1 = -2, \quad x_2 = 3$$

$$y_2 = -2, \quad x_3 = 2, \quad y_3 = 3$$

$$= \frac{1}{2} [-4(-2-3) + 3(3-(-2)) + 2(-2-(-2))]$$

$$= \frac{1}{2} [-4(-5) + 3(3+2) + 2(-2+2)]$$

$$= \frac{1}{2} [20 + 3(5) + 2(0)]$$

$$= \frac{1}{2} [20 + 15]$$

$$= \frac{35}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{चतुर्भुज } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{21}{2} + \frac{35}{2}$$

$$= \frac{21+35}{2}$$

$$= \frac{56}{2} = \boxed{28 \text{ वर्ग इकाई}}$$

**प्रश्न-5** किसी त्रिभुज की एक माध्यिका उसे दो वर्ग क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है। उस  $ABC$  के लिए इस परिणाम का स्थापन कीजिए। जिसके शीर्ष  $A(4, -6)$ ,  $B(3, -2)$  और  $C(5, 2)$  हैं।

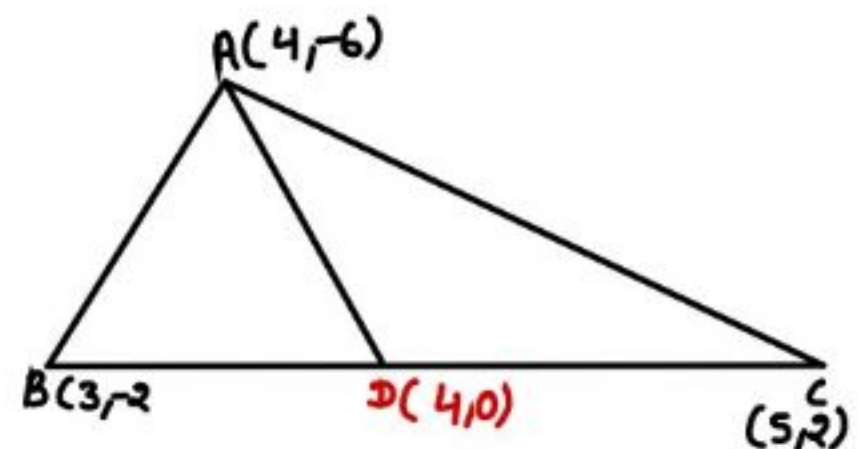
हल:-

$$\text{माध्य बिन्दु सूत्र} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\text{बिन्दु } D = \left( \frac{3+5}{2}, \frac{-2+2}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{8}{2}, \frac{0}{2} \right)$$

$$= \boxed{(4, 0)}$$



$$\Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 4, \quad y_1 = -6, \quad x_2 = 3$$

$$y_2 = -2, \quad x_3 = 4, \quad y_3 = 0$$

$$\frac{1}{2} [4(-2-0) + 3(0-(-6)) + 4(-6-(-2))]$$



$$= \frac{1}{2} [4(-2) + 3(0+6) + 4(-6+2)]$$

$$= \frac{1}{2} (-8 + 18 - 16)$$

$$= \frac{1}{2} (18 - 24)$$

$$= \frac{1}{2} (-6) = -3$$

$\Delta ABD$  का क्षेत्रफल = 3 वर्ग इकाई

$$\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$x_1 = 4, \quad y_1 = -6, \quad x_2 = 5$$

$$y_2 = 2, \quad x_3 = 4, \quad y_3 = 0$$

$$= \frac{1}{2} [4(2-0) + 5(0-(-6)) + 4(-6-2)]$$

$$= \frac{1}{2} (8 + 30 + 32)$$

$$= \frac{1}{2} (8-2)$$

$$= \frac{6}{2} = 3 \text{ वर्ग इकाई}$$

$\Delta ACD$  का क्षेत्रफल = 3 वर्ग इकाई